

Chapitre 2

Reconstruction du signal de commande

- 2.1. Nécessité de reconstruire le signal
- 2.2. Le filtre idéal
- 2.3. Les filtres réalisables
- 2.4. Etude du bloqueur d'ordre zéro (BOZ)
- 2.5. Technologie des convertisseurs CNA et CAN.
 - 2.5.1. Les convertisseurs "numérique - analogique" (CNA)
 - 2.5.2. Les convertisseurs "analogique - numérique" (CAN)

2.1. NECESSITE DE RECONSTRUIRE LE SIGNAL

Tout signal $x(t)$, préalablement échantillonné et numérisé, peut être traité en temps réel par un ordinateur numérique. Le processus est le suivant : le ordinateur reçoit, au rythme de l'horloge temps réel, la séquence de nombres $\{x_n\}$ issue du codage des échantillons $x^*(t)$ dont le spectre est $X^*(j\omega)$. A la séquence $\{x_n\}$ le **logiciel de traitement**, implanté en mémoire du ordinateur, fait correspondre la séquence $\{m_n\}$. Cette séquence $\{m_n\}$, disponible sur le bus de sortie du ordinateur, correspond aux échantillons $m^*(t)$ de spectre $M^*(j\omega)$ d'un signal $m(t)$ de spectre $M(j\omega)$. La reconstruction a pour but d'obtenir $m(t)$ à partir de $\{m_n\}$.

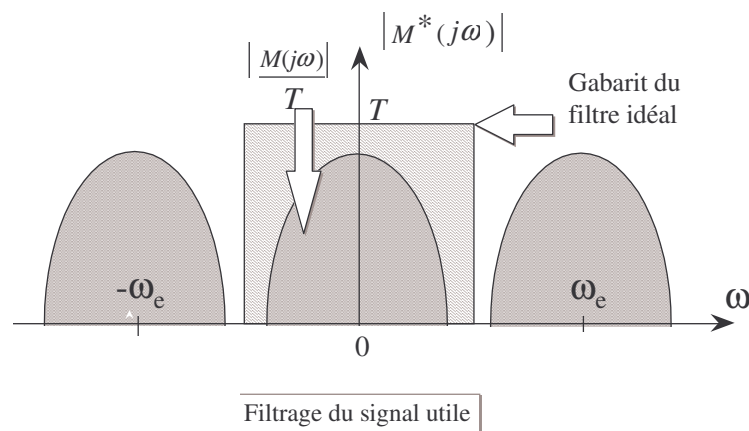


Figure 1 : Filtrage du signal échantillonné

Le problème à résoudre consiste à identifier le signal continu $m(t)$ appelé à commander le processus de transmittance $P(p)$ connaissant le signal $m^*(t)$. En **effet le processus est un système physique qui doit être excité par un signal continu**. En admettant que la période d'échantillonnage soit bien choisie (Cf. théorème de SHANNON au § 1.3.3.) on peut extraire le spectre du signal continu $m(t)$ du spectre du signal échantillonné $m^*(t)$. Le reconstituteur de signal est **un filtre passe bas**.

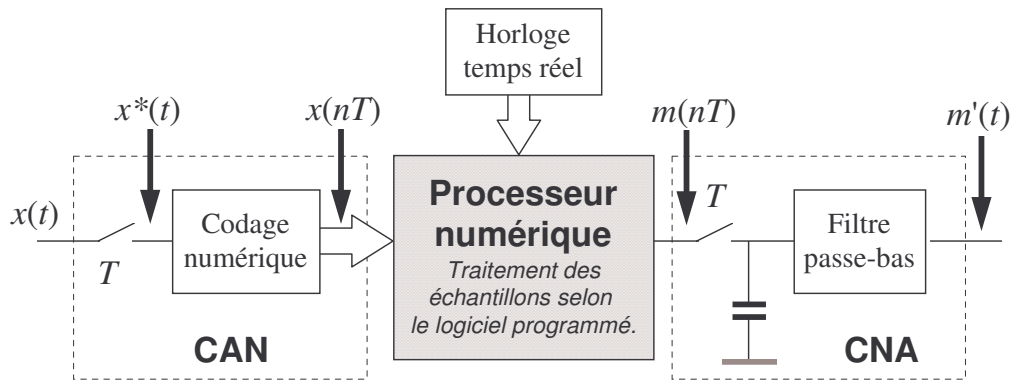


Figure 2 : Composants de la chaîne de commande numérique

2.2. LE FILTRE IDEAL

Le filtre idéal laisse passer les fréquences (ou pulsations) appartenant à la bande utile avec un gain constant et sans déphasage.

Les caractéristiques du filtre idéal de transmittance $H(p)$ sont donc les suivantes :

$$\begin{cases} |H(j\omega)| = \begin{cases} T & \text{pour } -\frac{\omega_e}{2} < \omega < \frac{\omega_e}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \\ \arg H(j\omega) = 0 \quad \forall \omega \end{cases}$$

La réponse impulsionnelle d'un tel filtre est donnée par :

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{T}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{+\frac{\pi}{T}} e^{j\omega t} d\omega = T \frac{\sin \frac{\pi t}{T}}{\pi t}$$

Ce filtre n'est pas physiquement réalisable car il est non causal ($h(t) \neq 0$ lorsque $t < 0$).

En pratique on reconstitue le plus simplement possible $m(t)$ en recherchant un filtre physiquement réalisable se rapprochant le plus possible du filtre idéal. Evidemment cette solution n'étant pas parfaite la restitution de l'information contenue dans $m^*(t)$ est dégradée. Pour pallier ce défaut on tiendra compte de la présence du filtre en cascade avec le processus pour établir l'algorithme de traitement de x_n .

2.3. LES FILTRES REALISABLES

Connaissant $m^*(t)$ nous désirons restituer le signal $m(t)$. Nous venons de montrer que le filtre idéal n'est pas réalisable. Cela n'a rien d'étonnant. En effet par les échantillons $m^*(t)$ il est possible de faire passer une infinité de signaux $m(t)$; la solution n'est pas unique. Plus concrètement il s'agit que le filtre puisse, en s'appuyant sur la connaissance du passé, estimer la valeur de $m(t)$ entre les instants d'échantillonnage nT et $(n+1)T$.

Pour $nT < t < (n+1)T$ le développement en série de $x(t)$ est le suivant :

$$x(t) = x(nT) + \frac{(t-nT)}{1!} \dot{x}(nT) + \frac{(t-nT)^2}{2!} \ddot{x}(nT) + \frac{(t-nT)^3}{3!} \dddot{x}(nT) + \dots$$

Les dérivées successives ne peuvent être estimées que par des équations aux différences puisque le signal n'est connu qu'aux instants d'échantillonnage.

$$\dot{x}(nT) = \frac{x_{nT} - x_{(n-1)T}}{T}$$

$$\ddot{x}(t) = \frac{\dot{x}_{(nT)} - \dot{x}_{(n-1)T}}{T} = \frac{x_{(nT)} - 2x_{(n-1)T} + x_{(n-2)T}}{T^2}$$

Posons $\tau = t - nT$ et $x_n = x(nT)$; il vient :

$$x(t) = x_n + \frac{\tau}{T} [x_n - x_{(n-1)T}] + \frac{\tau^2}{2T^2} [x_n - 2x_{(n-1)T} + x_{(n-2)T}] + \dots$$

Pratiquement on s'intéresse aux filtres :

Algorithme pour $\forall \tau \in [nT, (n+1)T[$	Type de filtre
$x(t) = x(nT)$	C'est le bloqueur d'ordre zéro (BOZ). Il est le plus utilisé et correspond au CNA.
$x(t) = x_{nT} + \frac{\tau}{T} [x_{nT} - x_{(n-1)T}]$	C'est le bloqueur d'ordre 1. Il n'est pratiquement pas utilisé.

2.4. ETUDE DU BLOQUEUR D'ORDRE ZÉRO (BOZ)

Le schéma ci dessous explicite le mode de fonctionnement d'un BOZ.

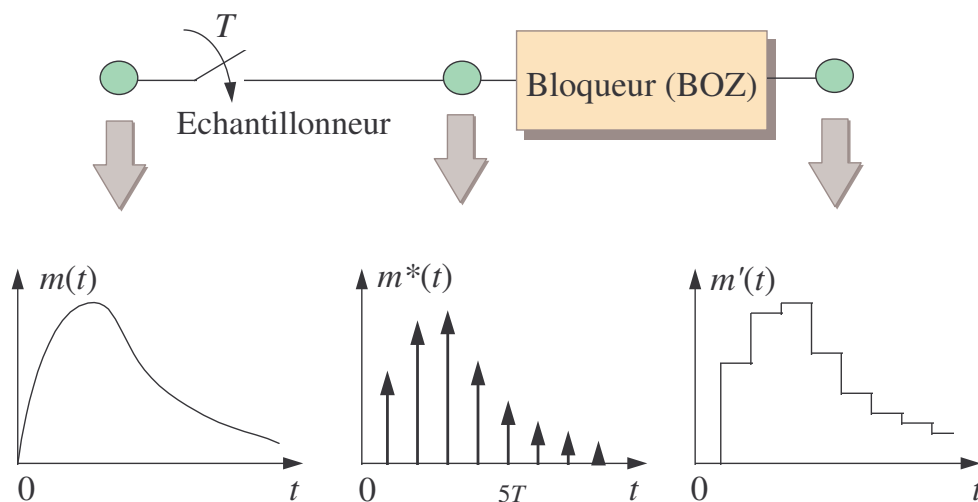


Figure 3 : Mode de fonctionnement du bloqueur d'ordre zéro

Le signal $m'(t)$ correspond au signal « reconstruit ».

Déterminons la réponse impulsionnelle du bloqueur d'ordre zéro et calculons sa fonction de transfert.

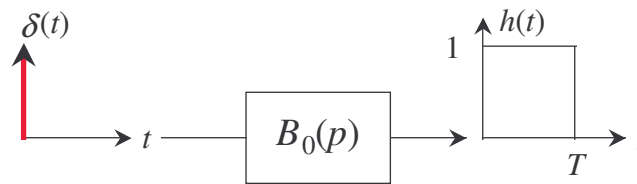


Figure 4 : Réponse impulsionnelle du BOZ

$$h(t) = u(t) - u(t-T) \Rightarrow H(p) = \mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{p} - \frac{e^{-Tp}}{p}$$

$$H(p) = B_0(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p}$$

Déterminons la réponse en fréquence de ce filtre et comparons la à celle du filtre idéal.

$$B_0(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = T \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} e^{-j \frac{\omega T}{2}}$$

Ce filtre apporte un déphasage croissant avec la pulsation. De plus le gabarit de filtrage ne correspond que très approximativement à celui du filtre idéal (à vérifier).

2.5. TECHNOLOGIE DES CONVERTISSEURS CNA et CAN.

2.5.1. LES CONVERTISSEURS "NUMERIQUE - ANALOGIQUE" (CNA)

Ce composant, devenu banal et d'un prix raisonnable, transforme un nombre binaire en une tension continue. Le nombre binaire m_n issu du calculateur est affiché dans un registre. Ce nombre comprend r éléments.

$$m_n = \{a_r \ a_{r-1} \ a_{r-2} \ \dots \ a_1\}_2$$

Le symbole a_i est égal à 1 ou 0. Le poids attaché à son rang i (variant entre 1 et r) est égal à 2^{i-1} . Soit par exemple $r = 8$ (1 octet) :

$$m_n = \{00011010\}_2 = \{0.2^7 + 0.2^6 + 0.2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0\}_{10} = \{26\}_{10}$$

En général le bit de rang le plus élevé est **le bit de signe**. Il prend la valeur 0 si le nombre est > 0 , et la valeur 1 dans le cas contraire. Les nombres négatifs sont représentés par la règle du complément à 2 (Cf. cours de techniques numériques).

Le fonctionnement d'un CNA peut être expliqué simplement de la manière suivante.

Au bit de rang	correspond	ou bien
1	v	$V/64$
2	$2v$	$V/32$
3	$4v$	$V/16$
4	$8v$	$V/8$
5	$16v$	$V/4$
6	$32v$	$V/2$
7	$64v$	V
8	bit de signe	bit de signe

Ainsi, en recevant l'octet $m_n = \{00011010\}_2$ le convertisseur fournit une tension égale à :

$$\frac{V}{32} + \frac{V}{8} + \frac{V}{4} = \frac{2V + 8V + 16V}{64} = \frac{26V}{64} = 26v.$$

Le fonctionnement du CNA est schématisé comme suit.

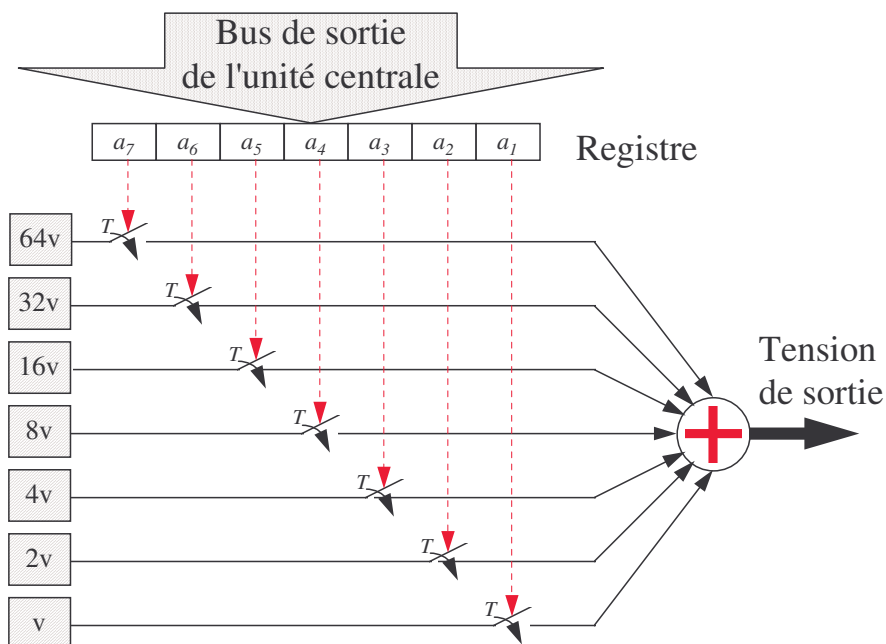


Figure 5 : Fonctionnement du CNA

A titre d'exemple examinons le fonctionnement du CNA à structure dite "en échelle" représenté ci dessous. Il traite **les 7 bits significatifs d'un octet**. Nous ne traitons que la conversion des nombres positifs. Aussi le traitement du bit de signe de rang 8 n'est-il pas évoqué.

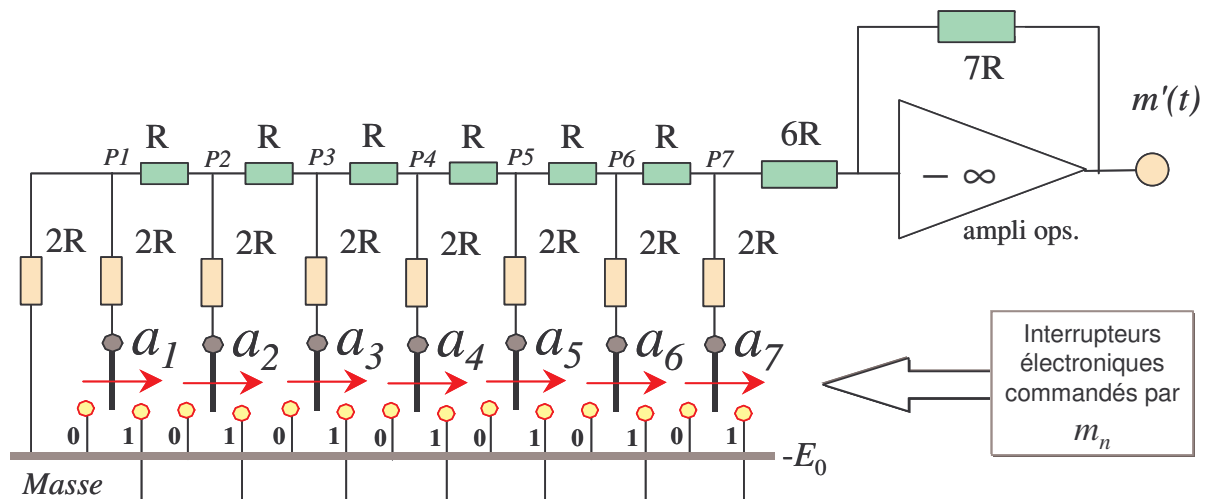


Figure 6 : Schéma de principe d'un CNA

Ce circuit électrique étant linéaire le **principe de superposition s'applique**.

Soit $m_n = \{01000000\}_2 \Rightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_6 = 0$ et $a_7 = 1$

La résistance entre P1 et M (masse) est $R_{P1} = 2R // 2R = R$.

La résistance entre P6 et M est aussi égale à R . Le schéma équivalent vu de P7 est donc un générateur de $fém = -\frac{E_0}{2}$ et de résistance interne R .

La tension de sortie est donc égale à $m'_7(t) = \frac{E_0}{2} = V$.

De même si :

$m_n = \{00100000\}_2 \Rightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_7 = 0$ et $a_6 = 1 \Rightarrow m'_6(t) = \frac{E_0}{4} = \frac{V}{2}$.

Plus généralement :

$$m'(t) = \frac{E_0}{2^7} \{a_7 \cdot 2^6 + a_6 \cdot 2^5 + a_5 \cdot 2^4 + a_4 \cdot 2^3 + a_3 \cdot 2^2 + a_2 \cdot 2^1 + a_1 \cdot 2^0\}$$

2.5.2. LES CONVERTISSEURS "ANALOGIQUE - NUMERIQUE" (CAN)

Le principe de fonctionnement de ce composant électronique est le suivant. Le contenu d'un compteur préalablement remis à zéro (RAZ) est incrémenté de 1 à chaque front d'horloge. Ce contenu est converti en tension par un CNA. La sortie $v(t)$ du CNA est comparée à la tension à numériser $x(t)$. Si $x(t) > v(t)$ le compteur est incrémenté. Dans le cas contraire le signal de l'horloge est bloqué par une porte logique. Le contenu du compteur, alors fixe, représente la valeur numérique de la tension à coder. Le contenu du compteur peut être lu par l'ordinateur.

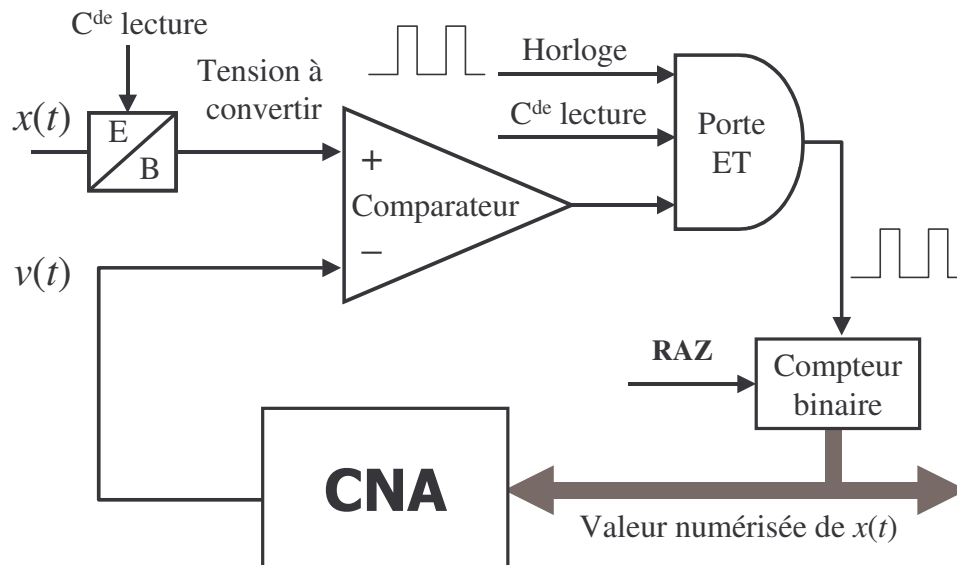


Figure 7 : Schéma de principe d'un CAN

Il convient de prévoir un échantillonneur-bloqueur afin de maintenir stable le signal d'entrée du CAN. Le temps de conversion est d'environ 10 ms. En général les convertisseurs utilisés pour les applications industrielles sont sur 12 bits (4096 points).