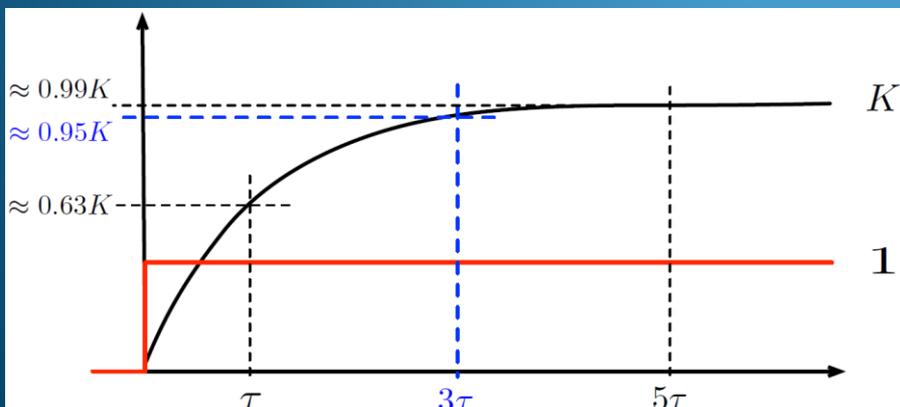
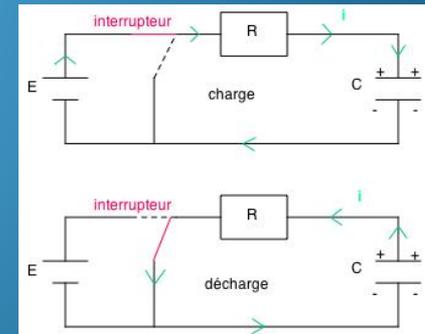


Composants de l'électronique

BUT 1 – Eln1 – Module R1-09

2. CHARGE ET DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR À TRAVERS UNE RÉSISTANCE



Jean-François LIEBAUT

Juan BRAVO

IUT GEII, université de Toulon

✉ : bravo@univ-tln.fr

Plan du cours



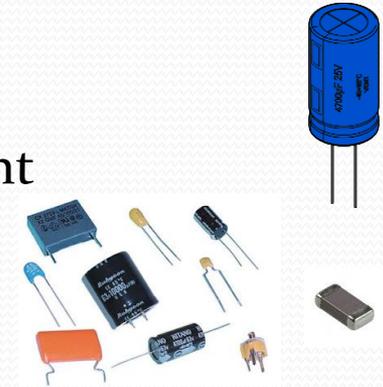
- Le condensateur
- Utilités du condensateur
- Equations du circuit RC
 - Charge
 - Décharge
 - Equation universelle
- Exemples

Le composant condensateur

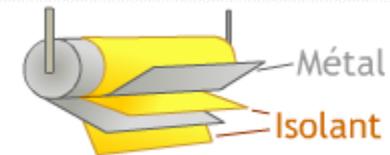
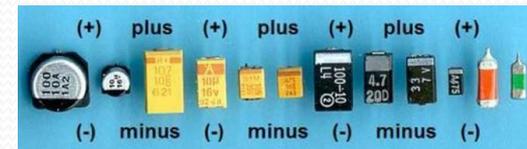
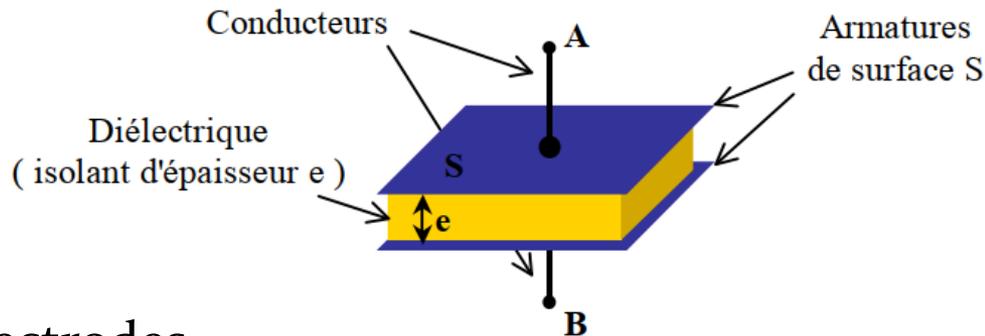
• Introduction

Le condensateur (parfois nommé Capa) est un composant très utilisé dans les circuits électroniques.

Le condensateur a la particularité de pouvoir stocker de l'énergie électrique lorsqu'il est soumis à une tension.

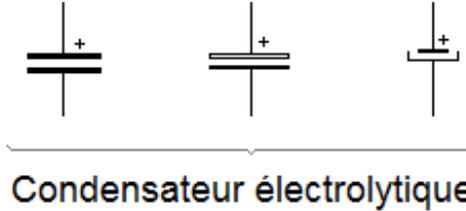
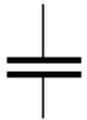


• Constitution

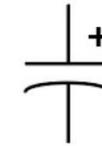


- Deux électrodes
- Séparées par une couche de diélectrique (isolant)
- Différentes technologies suivant le diélectrique utilisé

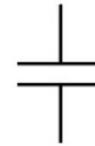
• Symbole du condensateur



Symboles
US



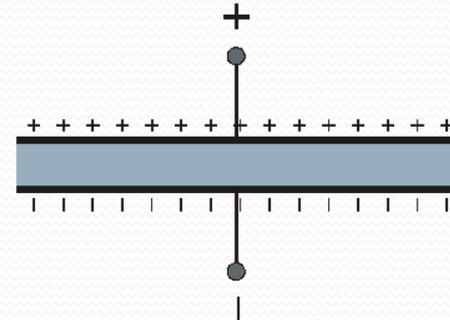
Capacitor
(polarized)



Capacitor
(non-polarized)

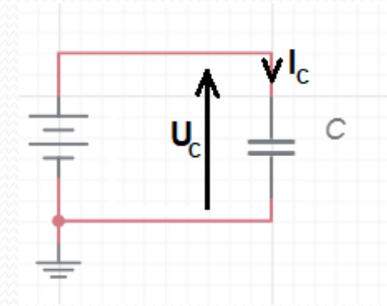
• Effet capacitif, capacité

- Quand on applique une tension (ddp) aux bornes du condensateur
 - ✓ Création d'un champ électrique entre les deux armatures
 - ✓ Stockage de charges électriques sur chaque armature
- La capacité d'un condensateur, représente sa capacité à stocker des charges
 - ✓ Capacité exprimée en Farads (F, mF, μ F, pF, ...)
 - ✓ La quantité de charges stockées s'exprime en coulombs (C).



• Relations électriques

- Charge électrique - Tension
 - ✓ On impose une tension U (différence de potentiel) aux bornes d'un condensateur de capacité C
 - ✓ Quantité de charges stockées dans le condensateur $Q=C.U_C$
 - ✓ Si la tension est variable dans le temps : $q(t)=C.u_C(t)$
- Charge électrique - Courant
 - ✓ Par définition le courant électrique correspond à la variation de charges électriques.
 - ✓ $i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt}$
- Relation courant-tension
 - ✓ En combinant les deux relations.
 - ✓ $i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$
 - ✓ Le courant qui traverse le condensateur est proportionnel à la variation de tension à ses bornes.
 - ✓ Si $u_C(t)$ est constant (invariant dans le temps) alors le courant qui traverse le condensateur est nul $i_C(t)=0$



• Association de condensateurs

➤ Association parallèle

- ✓ La tension est la même pour tous les condensateurs (//)
- ✓ La quantité de charges stockées dans l'ensemble est la somme des charges stockées $Q = C_1.U_C + C_2.U_C + C_3.U_C + \dots$
- ✓ En factorisant $u_C(t)$: $Q = (C_1 + C_2 + C_3 + \dots).U_C$
- ✓ Soit la capacité équivalente à l'ensemble C_e :

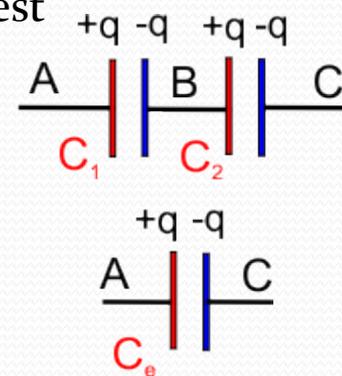
$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

➤ Association série

- ✓ Le courant est commun à tout le circuit, donc la charge stockée est la même dans chaque condensateur (q sur l'image).
- ✓ Des armatures reliées portent des charges opposées.
- ✓ La tension se répartie sur chaque condensateur.
- ✓ $V_A - V_C = V_A - V_B + V_B - V_C$ soit $V_A - V_C = q/C_1 + q/C_2 = q/C_e$
- ✓ Soit la capacité équivalente à l'ensemble C_e :

$$1/C_e = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 + \dots$$

$$C_e = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}$$

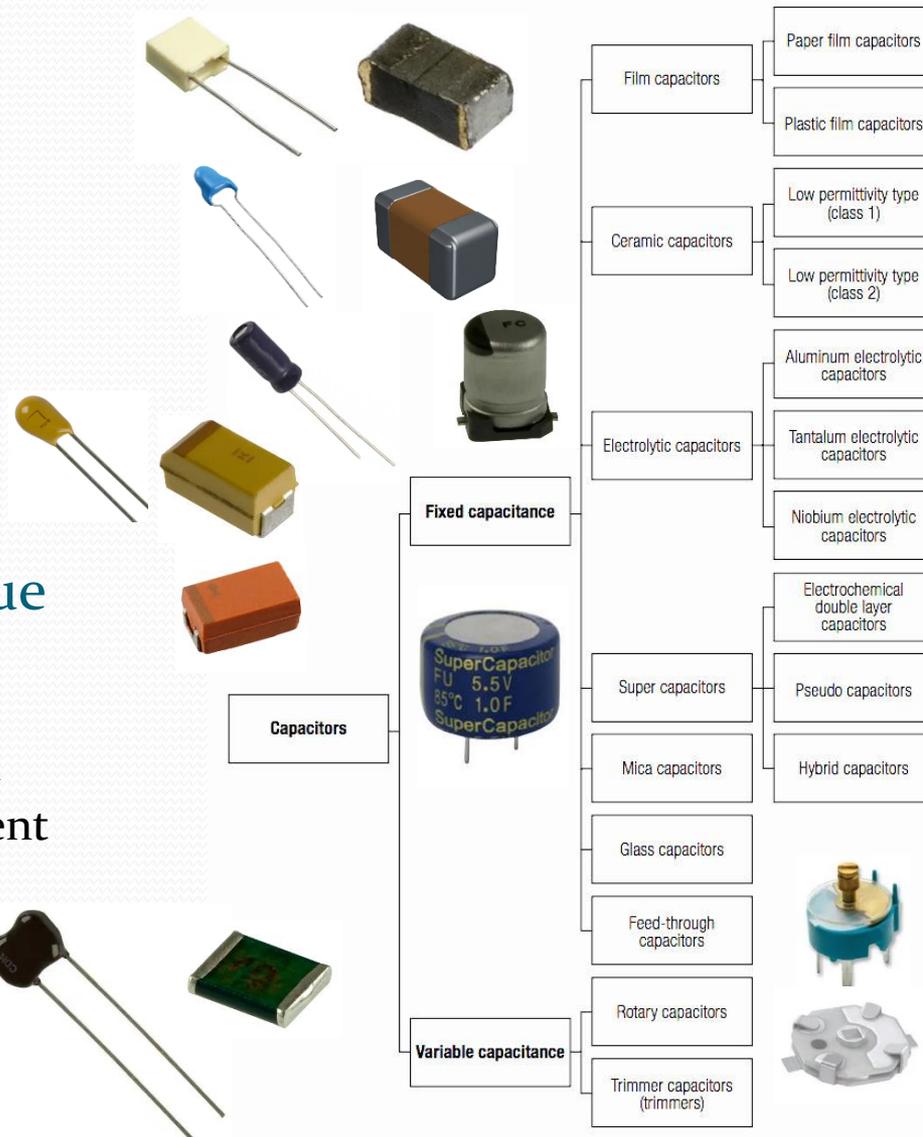


Utilisations du condensateur

- Réservoir temporaire d'énergie
 - Dans les alimentations pour stabiliser la tension délivrée.
 - En stockage à la place de batteries => Super condensateurs
- Pour filtrer les signaux
 - Pour atténuer des signaux de fréquences non désirée (par exemple du crépitement dans une enceinte)
 - Pour séparer les signaux continus des signaux variables
 - Pour qu'un appareil ne perturbe pas les autres
- Pour le démarrage de moteurs
 - Permet le démarrage du moteur électrique monophasé
- Pour retarder des signaux
 - Pour attendre que l'alimentation soit stabilisée avant de démarrer un circuit
 - Pour créer un signal périodique (Astable)

Différentes technologies

- **Condensateur à film**
 - Film plastique mince comme diélectrique (Polypropylène, Polyéthylène (PEET, PPS), ...)
 - Haute tension, stable
- **Condensateur céramique**
 - Diélectrique en céramique (ex dioxyde de titane)
 - Stable, faibles pertes,
- **Condensateur électrolytique**
 - Electrolyte liquide imprégné dans un papier. **Polarisé.**
 - Aluminium, Tantale, Niobium
 - Capacité élevée, haut rendement volumétrique
- **Condensateur mica**
 - Diélectrique en mica (mica d'argent)
 - Précis, haute stabilité



- Technologie / domaine d'utilisation

	Filtres secteur	Alimentations continues	Alimentations à découpage	Liaisons basses fréquences	Découplages	Filtres basses fréquences	Lignes à retard	Transistors en commutation	Impulsions	Découplage HF
Polystyrène						X			X	
Polyester									X	
Polycarbonate										
Polypropylène	X							X		
Mica							X			
Céramique I					X					X
Céramique II										
Électrolytique à l'aluminium		X	X	X	X					
Électrolytique au tantale					X	X				

Exemples

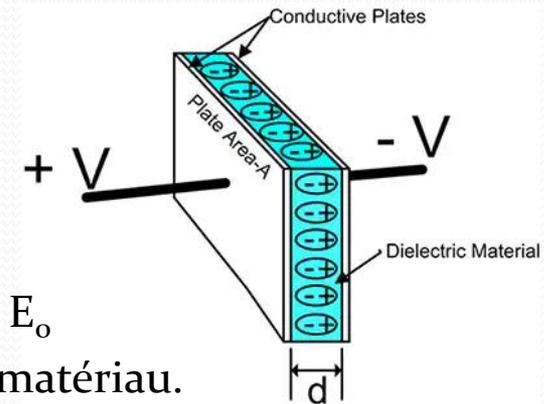
Equations RC

Utilités

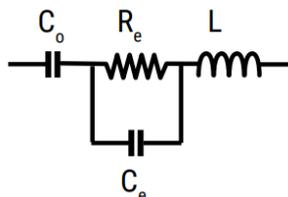
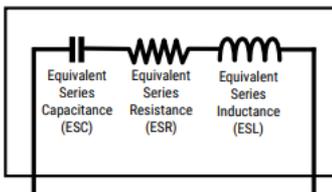
Condensateur

• Caractéristiques des condensateurs

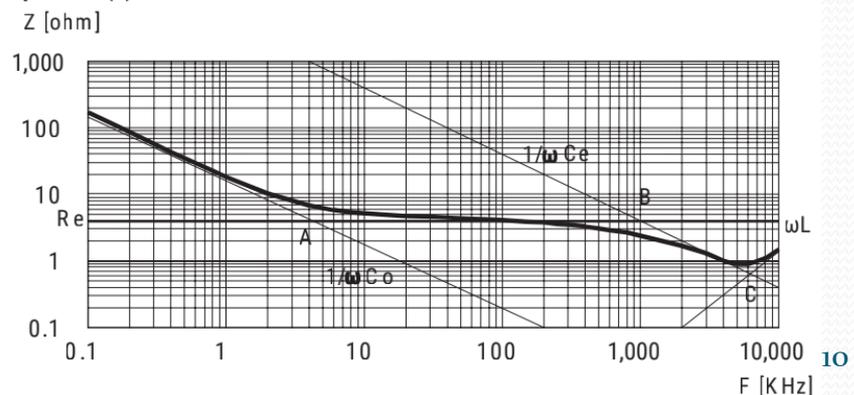
- Capacité : $C = \epsilon \cdot \frac{A}{d}$
 - ✓ C est la capacité en Farads (F, mF, μ F, nF, pF)
 - ✓ A est la surface de la plaque en mètres carrés
 - ✓ d est la distance entre les plaques en mètres
 - ✓ ϵ est la permittivité du matériau diélectrique, $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$
 - ✓ ϵ_0 permittivité du vide et ϵ_r permittivité relative du matériau.
- Tension de service, c'est la tension maximale d'utilisation.
- Plage de température de fonctionnement (ex -25°C to +85°C)
- Comportement en fréquence
 - ✓ Limite de fonctionnement en fonction de la fréquence
 - ✓ ESR : Résistance série équivalente
 - ✓ ESC : Capacité série équivalente



Capacitor Equivalent Internal Circuit



Impedance (Z) cont.



Charge et décharge du condensateur

• Montage

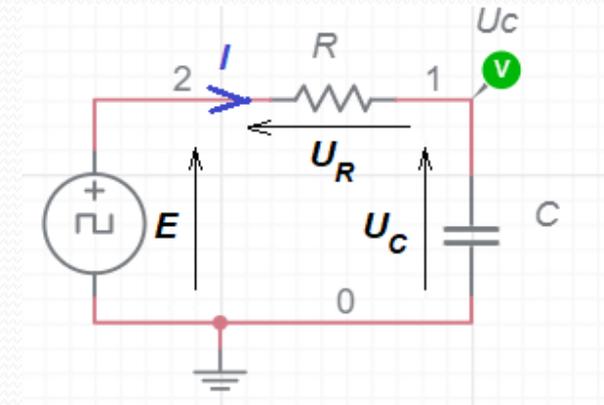
- Résistance en série avec le condensateur
- Limitation du courant de charge
- Détermine le temps de charge

• Utilisation

- Filtrage (pour atténuer des signaux non désirés, étude S2)
- Créer un temps de retard
 - ✓ Retard après un évènement (monostable)
 - ✓ Générer des signaux périodiques (astables)

• Equations électriques du circuit

- Fléchage (générateur / récepteurs) et $I_E = I_C = I_R = I$
- Loi des mailles : $e(t) = u_R(t) + u_C(t)$
- Relation I/U
 - ✓ R : $u_R(t) = R \cdot i_R(t)$
 - ✓ C : $i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t)$



- Equation différentielle de la tension aux bornes du condensateur

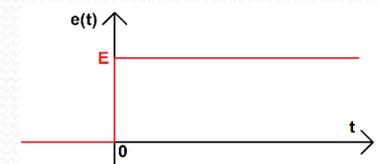
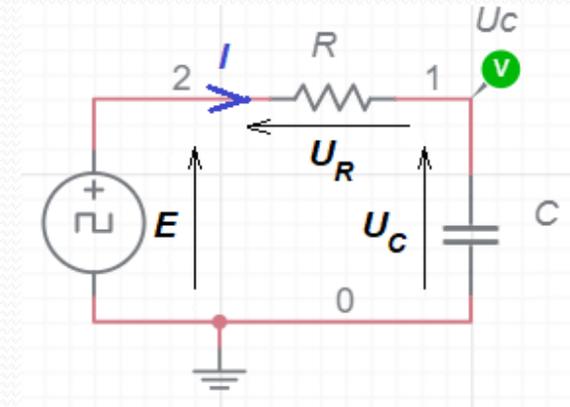
$$\begin{cases} e(t) = u_R(t) + u_C(t) = R \cdot i_R(t) + u_C(t) \\ i_C(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t) \\ i_R(t) = i_C(t) = i(t) \end{cases}$$

En remplaçant par $i(t) \Rightarrow \begin{cases} e(t) = R \cdot i(t) + u_C(t) \\ i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t) \end{cases}$

Equation différentielle en $u_C(t) \Rightarrow e(t) = R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t)$

- Equation de la charge du condensateur

- $e(t)$ passe de 0 à E à $t=0$ (échelon de tension)
- Le condensateur est complètement déchargé ($u_C(t=0) = 0$)
- Pour $t \geq 0$ alors : $E = R \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t)$



- Equation de la charge du condensateur (suite)
 - $R.C$ homogène à un temps
 - On pose $\tau = R.C$ la constante de temps du circuit RC
 - Pour $t \geq 0$ alors : $\tau \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = E$
 - Résolution de l'équation différentielle :
 - ✓ Equation sans second membre : $\tau \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = 0$
 - ✓ Solution sans 2nd membre : $u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
 - ✓ Solution particulière avec 2nd membre : $u_C(t) = E \quad \left(\frac{du_C}{dt}(t) = 0 \right)$
 - ✓ Solution complète : $u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E$
 - ✓ Conditions initiales $u_C(0) = 0$ donc $u_C(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} + E = K + E = 0$
Soit : $K = -E$ donc $u_C(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E$
- ⇒ Equation charge : $u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$**

- Evolution de la tension aux bornes du condensateur

- $u_C(t) = E. (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

- Pour $t = \tau$,

$$u_C(\tau) = E. (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}})$$
$$= E. (1 - e^{-1}) = 0,63. E$$

⇒ A la charge :

$$u_C(\tau) = 63\% \text{ de } E$$

- Instant t_x ou $u_C(t_x) = x. E$,

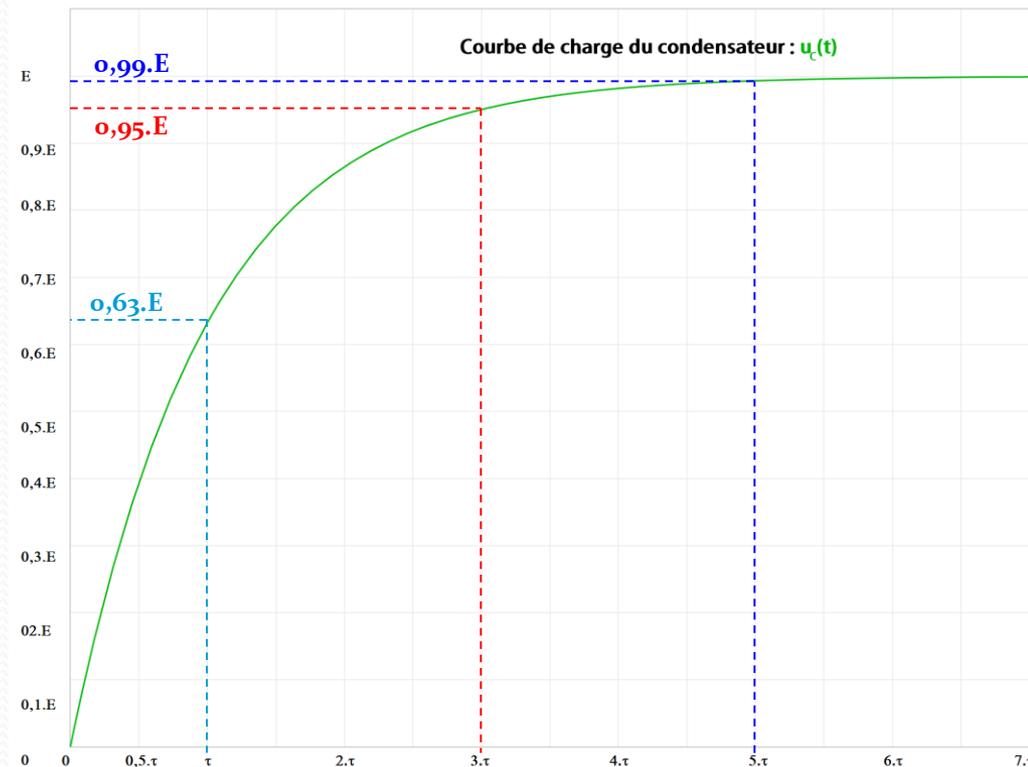
$$u_C(t_x) = E. (1 - e^{-\frac{t_x}{\tau}}) = x. E$$

$$\Leftrightarrow (1 - e^{-\frac{t_x}{\tau}}) = x$$

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{t_x}{\tau}} = 1 - x$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{t_x}{\tau}} = \frac{1}{1 - x}$$

$$\Leftrightarrow t_x = \tau. \ln \frac{1}{1 - x}$$



⇒ 95% de la charge :

$$t_{95\%} = 2,9957. \tau \approx 3. \tau$$

⇒ 99% de la charge :

$$t_{99\%} = 4,605. \tau \approx 5. \tau$$

- Equation de la décharge du condensateur

- $e(t)$ passe de E à 0 à $t=0$
- Le condensateur est complètement chargé ($u_C(t = 0) = E$)
- Pour $t \geq 0$ alors : $\tau \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = 0$
- Résolution de l'équation différentielle :

- ✓ Solution : $u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- ✓ Conditions initiales $u_C(0) = E$

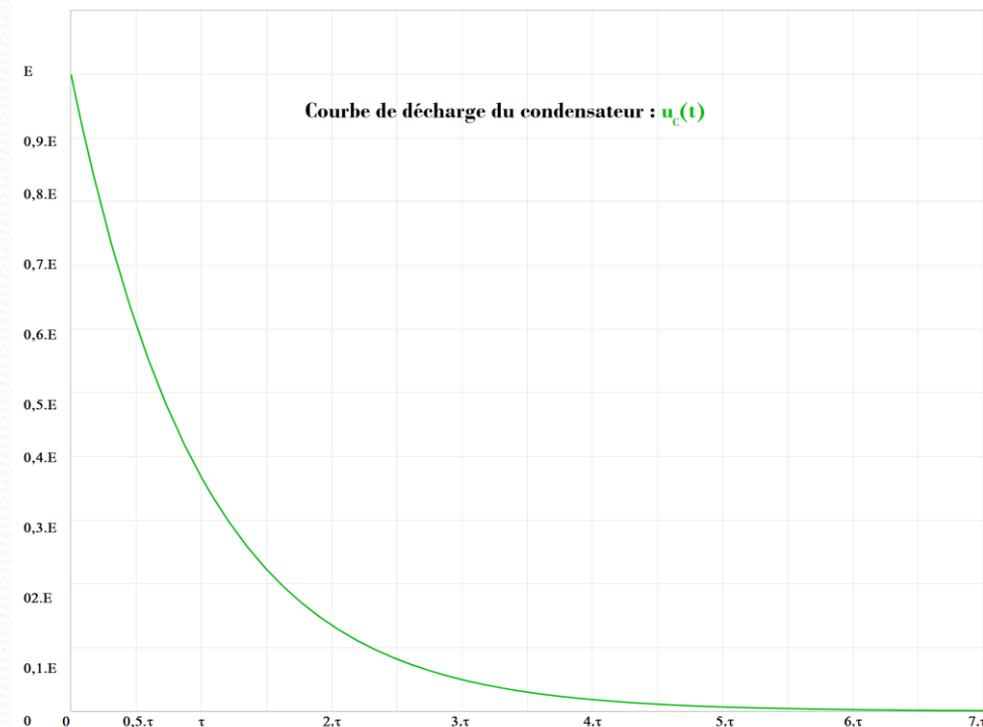
$$\text{donc } u_C(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = E$$

$$\text{Soit : } K = E$$

$$\text{Donc : } u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

⇒ **Equation décharge :**

$$u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



- Evolution de la tension aux bornes du condensateur

- $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- Pour $t = \tau$,

$$u_C(\tau) = E \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau}} \\ = E \cdot e^{-1} = 0,37 \cdot E$$

⇒ A la décharge :

$$u_C(\tau) = 37\% \text{ de } E$$

63% de décharge du condensateur

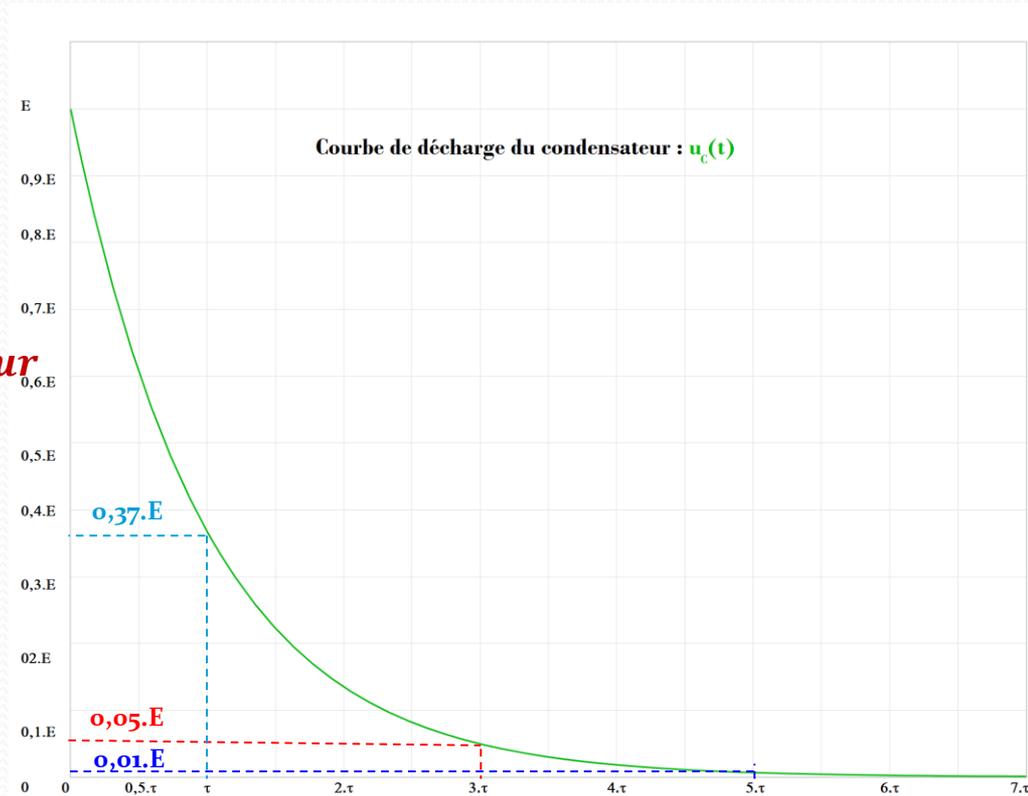
- Instant t_x ou $u_C(t_x) = x \cdot E$,

$$u_C(t_x) = E \cdot e^{-\frac{t_x}{\tau}} = x \cdot E$$

$$\Leftrightarrow e^{-\frac{t_x}{\tau}} = x$$

$$\Leftrightarrow e^{\frac{t_x}{\tau}} = \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow t_x = \tau \cdot \ln \frac{1}{x}$$



⇒ 95% de la décharge du condensateur : $t_{5\%} = 2,9957 \cdot \tau \approx 3 \cdot \tau$

⇒ 99% de la décharge du condensateur : $t_{1\%} = 4,605 \cdot \tau \approx 5 \cdot \tau$

- Equation universelle de la tension aux bornes du condensateur

- Le condensateur **n'est pas complètement chargé ou déchargé**

$$u_C(t = 0) = u_{Cinitiale}$$

- Pour $t \geq 0$ alors : $\tau \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = E$ ou $0 = u_{Cfinale}$

- Résolution de l'équation différentielle :

- ✓ Equation sans second membre : $\tau \cdot \frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = 0$

- ✓ Solution sans 2nd membre : $u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- ✓ Solution particulière avec 2nd membre : $u_C(t) = u_{Cfinale}$

- ✓ Solution complète : $u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + u_{Cfinale}$

- ✓ Conditions initiales $u_C(0) = u_{Cinitiale}$ donc $u_{Cinitiale} = K \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} + u_{Cfinale}$

Soit : $K = u_{Cinitiale} - u_{Cfinale}$

⇒ **Equation universelle (charge/décharge) :**

$$u_C(t) = u_{Cfinale} + (u_{Cinitiale} - u_{Cfinale}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

➤ Cas particulier charge complète :

✓ $u_C(t = 0) = u_{C\text{initiale}} = 0$

✓ $u_C(t \rightarrow \infty) = u_{C\text{finale}} = E$

✓ $u_C(t) = u_{C\text{finale}} + (u_{C\text{initiale}} - u_{C\text{finale}}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

✓ $u_C(t) = E + (0 - E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

➤ Cas particulier décharge complète :

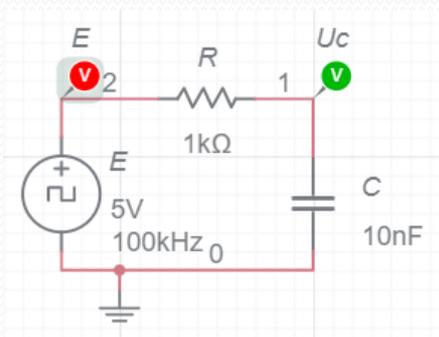
✓ $u_C(t = 0) = u_{C\text{initiale}} = E$

✓ $u_C(t \rightarrow \infty) = u_{C\text{finale}} = 0$

✓ $u_C(t) = u_{C\text{finale}} + (u_{C\text{initiale}} - u_{C\text{finale}}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

✓ $u_C(t) = 0 + (E - 0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

➤ Charge et décharge incomplète :



- Equation différentielle de la tension aux bornes de la résistance

$$\begin{cases} e(t) = u_R(t) + u_C(t) \\ i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t) \end{cases}$$

Equation différentielle en $u_R(t)$

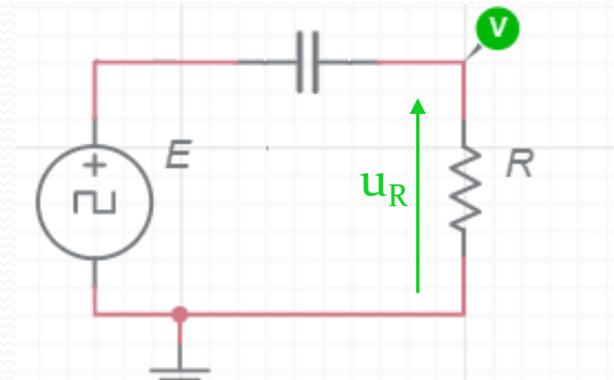
➤ 2 solutions pour résoudre cette équation

➤ Solution 1 avec la loi des mailles : $e(t) = u_R(t) + u_C(t)$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_R(t) = E - u_C(t) \text{ pour la charge du condensateur} \\ u_R(t) = 0 - u_C(t) \text{ pour la décharge du condensateur} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_R(t) = E - E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour la charge} \\ u_R(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour la décharge} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour la charge} \\ u_R(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour la décharge} \end{cases}$$

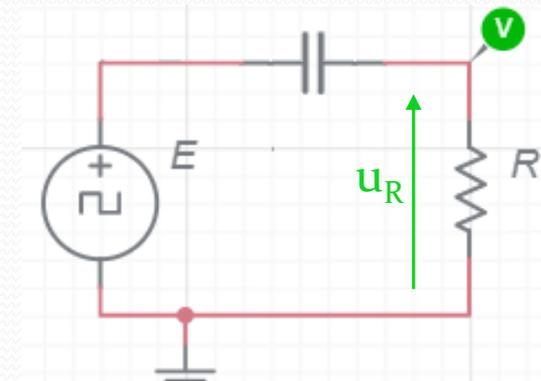


➤ Solution 2 : résolution de l'équation différentielle en $u_R(t)$

$$\begin{cases} e(t) = u_R(t) + u_C(t) & (1) \\ i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt}(t) = \frac{u_R(t)}{R} & (2) \end{cases}$$

⇒ Il faut exprimer $u_C(t)$ en fonction de $u_R(t)$ ou de sa dérivée.

⇒ Ici : $\frac{du_C}{dt}(t) = \frac{u_R(t)}{R.C}$ il faudrait intégrer ! Pas équation différentielle



⇒ En dérivant l'équation (1) $\begin{cases} \frac{de}{dt}(t) = \frac{du_R}{dt}(t) + \frac{du_C}{dt}(t) \\ \frac{du_C}{dt}(t) = \frac{u_R(t)}{R.C} \end{cases}$

$e(t)$ est une constante (E pour la charge et 0 pour la décharge)

⇒ $\frac{de}{dt}(t) = 0$ alors l'équation différentielle en $u_R(t)$ est :

$$\frac{du_R}{dt}(t) + \frac{u_R(t)}{R.C} = 0 \quad \text{où} \quad u_R(t) + \tau \cdot \frac{du_R}{dt}(t) = 0$$

⇒ Solution de l'équation différentielle en $u_R(t)$:

$$u_R(t) + \tau \cdot \frac{du_R}{dt}(t) = 0$$

✓ Solution : $u_R(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

✓ Conditions initiales :

- Pour la charge $u_C(0) = 0$ donc $u_R(0) = E - 0$

$$\Leftrightarrow u_R(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = E$$

$$\Leftrightarrow K = E$$

$$\Leftrightarrow u_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

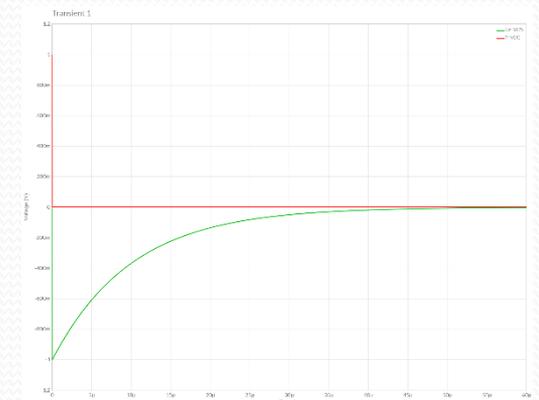
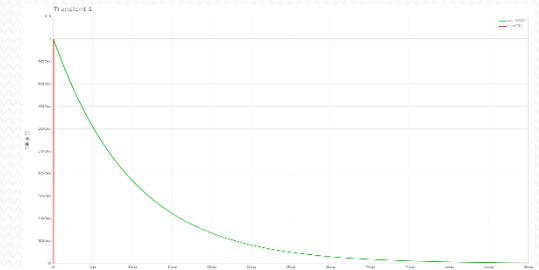
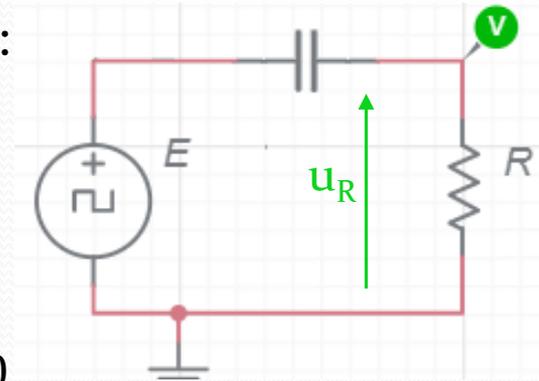
- Pour la décharge $u_C(0) = E$ donc $u_R(0) = 0 - E$

$$\Leftrightarrow u_R(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = -E$$

$$\Leftrightarrow K = -E$$

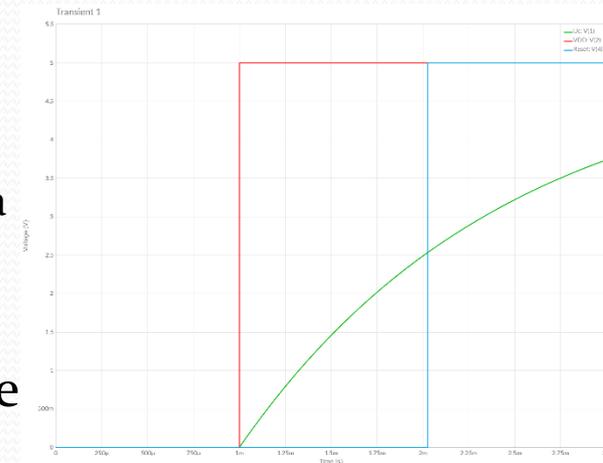
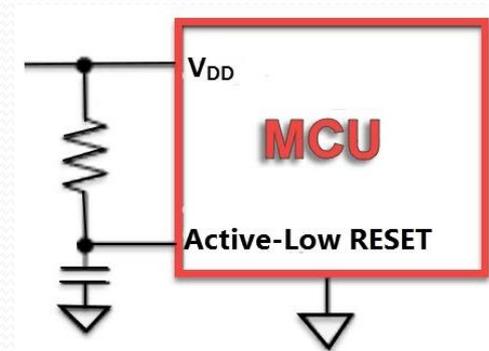
$$\Leftrightarrow u_R(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour la charge} \\ u_R(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ pour la décharge} \end{cases}$$



Exemples

- Exemple 1 : Reset microcontrôleur
 - Montage :
 - ✓ Le reset du MCU est actif au niveau bas
 - ✓ La résistance R sert à imposer un niveau haut sur le reset lorsque la tension d'alimentation est présente.
 - ✓ On place un condensateur en série pour maintenir le reset un petit temps après l'arrivée de la tension d'alimentation.
 - ✓ Le constructeur recommande une résistance de 33 k Ω .
 - ✓ On suppose qu'une tension supérieure à $V_{DD}/2$ sur la broche reset est vu comme un niveau haut.
 - On cherche à déterminer la valeur à donner au condensateur pour ajouter un temps de reset de 1 ms.



- Equation de la charge du condensateur :

$$u_C(t) = u_{C\text{finale}} + (u_{C\text{initiale}} - u_{C\text{finale}}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\Rightarrow u_C(t) = V_{DD} + (0 - V_{DD}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = V_{DD} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

- Calcul du retard :

- ✓ Soit t_0 le retard.

- ✓ $u_C(t_0) = \frac{V_{DD}}{2}$

$$\Rightarrow \frac{V_{DD}}{2} = V_{DD} \cdot (1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}} \text{ soit } e^{-\frac{t_0}{\tau}} = \frac{1}{2} \text{ ou encore } e^{\frac{t_0}{\tau}} = 2$$

$$\Leftrightarrow t_0 = \tau \cdot \ln 2 \text{ soit } \tau = \frac{t_0}{\ln 2} = R \cdot C$$

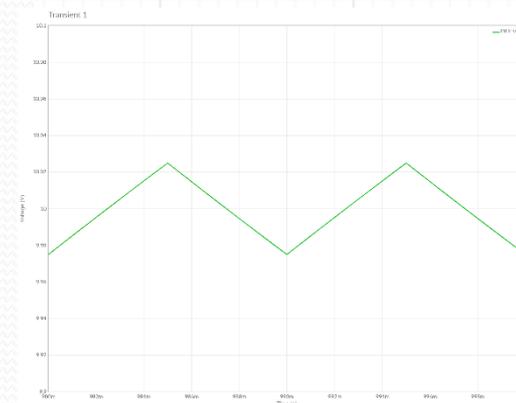
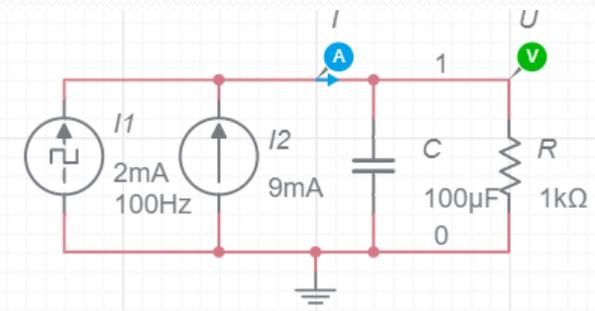
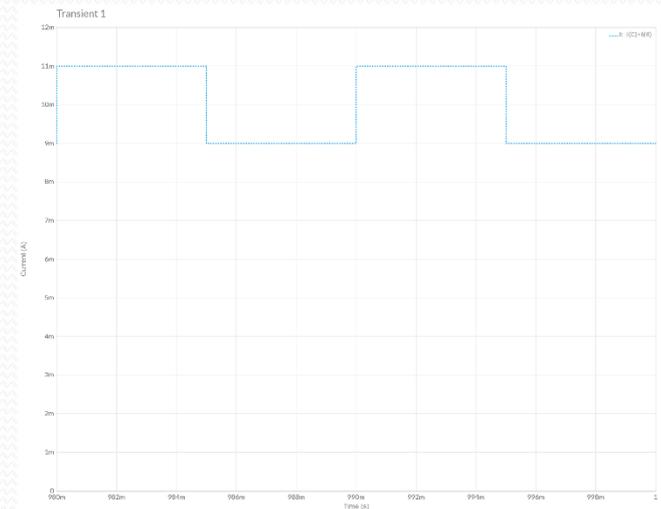
$$\Leftrightarrow C = \frac{t_0}{R \cdot \ln 2}$$

- ✓ Application numérique

$$C = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{33 \cdot 10^3 \cdot \ln 2} = 43,7 \cdot 10^{-9} \Rightarrow C = 43,7 \text{ nF} \Rightarrow 47 \text{ nF en série E12}$$

- Exemple 2 : Atténuation de la composante variable du courant

- Source de courant (I) avec :
 - ✓ Une composante continue de 10 mA
 - ✓ Des variations carrées à 100 Hz de +/- 1 mA
- Montage :
 - ✓ La résistance R de 1 k Ω sert à obtenir une tension image du courant fourni.
 - ✓ On place un condensateur de 100 μ F en // sur la résistance pour limiter les ondulations dues à la composante de 100 Hz.
- On cherche à déterminer l'amplitude des ondulations sur la tension de sortie du montage (U).



- Equation différentielle en $u(t)$:

$$\begin{cases} i(t) = i_R(t) + i_C(t) \\ i_C(t) = C \cdot \frac{du}{dt}(t) \\ u(t) = R \cdot i_R(t) \end{cases} \Rightarrow i(t) = \frac{u(t)}{R} + C \cdot \frac{du}{dt}(t)$$

$$\Leftrightarrow u(t) + RC \cdot \frac{du}{dt}(t) = R \cdot i(t)$$

- Résolution de l'équation pour la charge du condensateur :

- ✓ Début de charge de C : On suppose qu'à $t=0$ $i(t)$ passe de 9 mA à 11 mA.

Donc $R \cdot i(t)$ passe de 9 V à 11 V ($R=1 \text{ k}\Omega$).

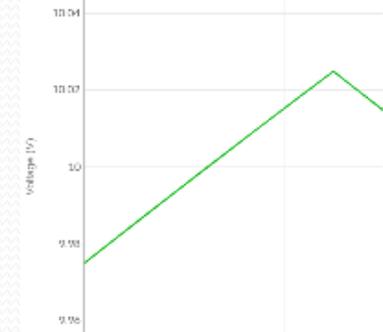
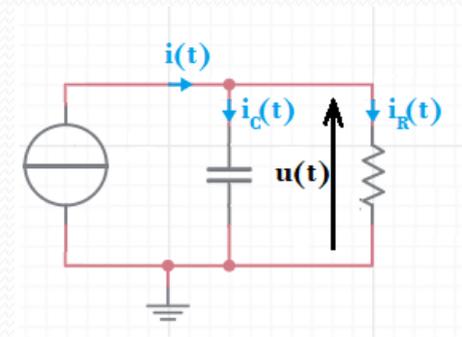
$u(t)$ va passer de u_{\min} à u_{\max} pendant la charge

- ✓ $u(t) = u_{\text{finale}} + (u_{\text{initiale}} - u_{\text{finale}}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\Leftrightarrow u(t) = 11 + (u_{\min} - 11) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- ✓ Fin de la charge de C : fréquence=100 Hz donc $T=10 \text{ ms}$ donc fin de la charge au bout de $T/2=5 \text{ ms}$. Valeur atteinte : u_{\max} .

$$\Leftrightarrow u_{\max} = 11 + (u_{\min} - 11) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}}$$



➤ Résolution de l'équation pour la décharge du condensateur :

- ✓ Début décharge : On suppose qu'à $t=0$ $i(t)$ passe de 11 mA à 9 mA. Donc $R.i(t)$ passe de 11 V à 9 V ($R=1 \text{ k}\Omega$).

$u(t)$ va passer de u_{\max} à u_{\min} pendant la décharge

- ✓ $u(t) = u_{\text{finale}} + (u_{\text{initiale}} - u_{\text{finale}}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- ↪ $u(t) = 9 + (u_{\max} - 9) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- ✓ Fin de la décharge de C au bout de $T/2=5 \text{ ms}$. Valeur atteinte : u_{\min} .

- ↪ $u_{\min} = 9 + (u_{\max} - 9) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}}$

➤ Valeur de l'ondulation en fonction de la valeur de C :

- ✓ Ondulation Δu : $\Delta u = u_{\max} - u_{\min}$

- ↪ $\Delta u = 11 + (u_{\min} - 11) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} - \left(9 + (u_{\max} - 9) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} \right)$

- ↪ $\Delta u = 2 + (u_{\min} - 11 - (u_{\max} - 9)) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}}$

- ↪ $\Delta u = 2 + (u_{\min} - u_{\max} - 2) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} = 2 + (-\Delta u - 2) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}}$

- ↪ $\Delta u \left(1 + e^{-\frac{T}{2\tau}} \right) = 2 - 2 \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} \Rightarrow \Delta u = 2 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}}$

AN : $\Delta u = 2 \cdot \frac{1 - e^{-\frac{5}{200}}}{1 + e^{-\frac{5}{200}}} = 25 \text{ mV}$

