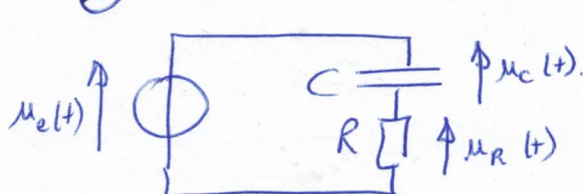


TD n°8 : Réponse harmonique d'un filtre passif du 1er ordre

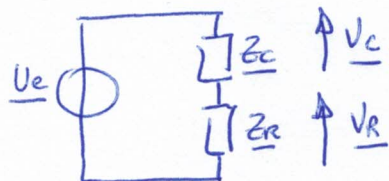
I. Circuit RC en régime harmonique

Le circuit est alimenté par une tension $u_E(t) = U_0 \cos(\omega t)$.

①



En régime harmonique



$$Z_R = R \text{ et } Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Pont diviseur :
$$\underline{U_C} = \underline{U_E} \cdot \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}$$

$$\underline{H(j\omega)} = \frac{\underline{U_C(j\omega)}}{\underline{U_E(j\omega)}} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1 + jRC\omega}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$\underline{H(j\omega)} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ en posant } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

② Si $\omega \ll \omega_0 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$ on peut négliger la partie imaginaire.

$$\Rightarrow \underline{H(j\omega)} \approx \frac{1}{1} = 1 \rightarrow \begin{cases} 20 \log |\underline{H(j\omega)}| \approx 0 \text{ dB} \\ \text{Arg}(\underline{H(j\omega)}) \approx 0^\circ \end{cases}$$

③ Si $\omega \gg \omega_0 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ on peut négliger la partie réelle devant la partie imaginaire.

$$\Rightarrow \underline{H(j\omega)} \approx \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}} \rightarrow \begin{aligned} 20 \log |\underline{H(j\omega)}| &= 20 \log \left| \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}} \right| = -20 \log \left| \frac{\omega}{\omega_0} \right| \\ &= -20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \Rightarrow \text{Pente négative de } -20 \text{ dB/décade} \end{aligned}$$

$$\text{Arg}(\underline{H(j\omega)}) \approx +\text{Arg}\left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}\right) = -\text{Arg}\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -90^\circ$$

④ Limite que $\frac{\omega}{\omega_0} = 1 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$

⑤ Pour $\omega = \omega_0$
$$\underline{H(j\omega_0)} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega_0}{\omega_0}} = \frac{1}{1 + j}$$

$$|\underline{H(j\omega_0)}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 20 \log |\underline{H(j\omega_0)}| = -20 \log \sqrt{2} = -3 \text{ dB}$$

$$\text{Arg} \underline{H(j\omega_0)} = \text{Arg}\left(\frac{1}{1+j}\right) = -\text{Arg}(1+j) = -45^\circ$$

⑥ $\underline{H(j \cdot 10\omega_0)} = \frac{1}{1 + j \cdot 10} \Rightarrow 20 \log |\underline{H(j \cdot 10\omega_0)}| = -20 \log \sqrt{1 + 10^2} = -20 \log(10.1) = -20.04 \text{ dB}$

Donc 0,04 dB de \neq par rapport au gain asymptotique.

$$\text{Arg}(\underline{H(j \cdot 10\omega_0)}) = \text{Arg}\left(\frac{1}{1 + j10}\right) = -\text{Arg}(1 + j10) = -\text{Arctg } 10 = -84,29^\circ$$

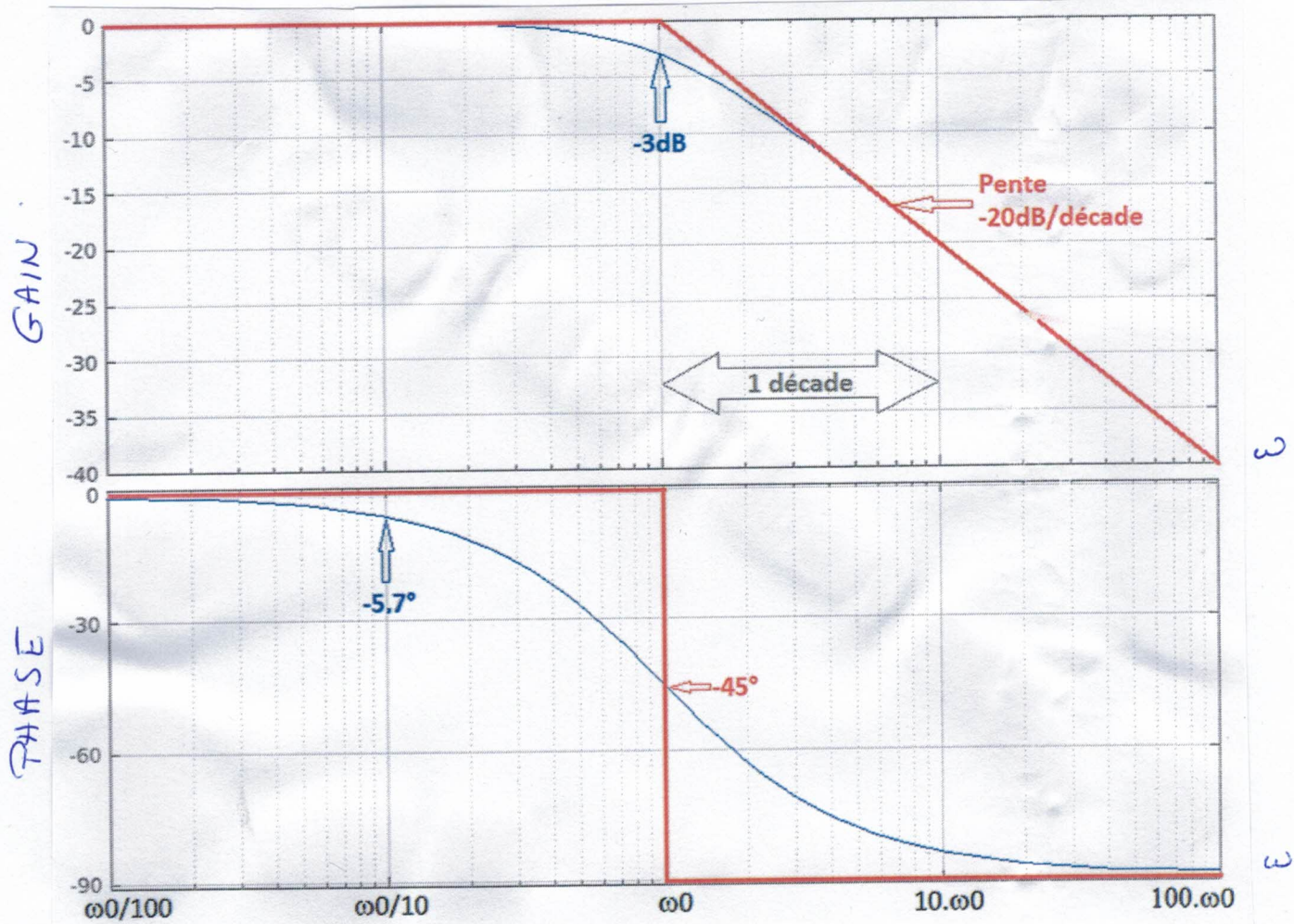
 Donc 5,7° d'écart par rapport à l'asymptote (-90°)

$$H(j\frac{\omega_0}{10}) = \frac{1}{1+j0,1} \Rightarrow 20\log |H(j\frac{\omega_0}{10})| = -20\log \sqrt{1+0,1^2} = -10\log(1,01) = 0,043 \text{ dB}$$

même écart avec asymptote que $10\omega_0$.

$$\Rightarrow \text{Arg}(H(j\frac{\omega_0}{10})) = -\text{Arctg } 0,1 = 5,71^\circ$$

⑦



⑧

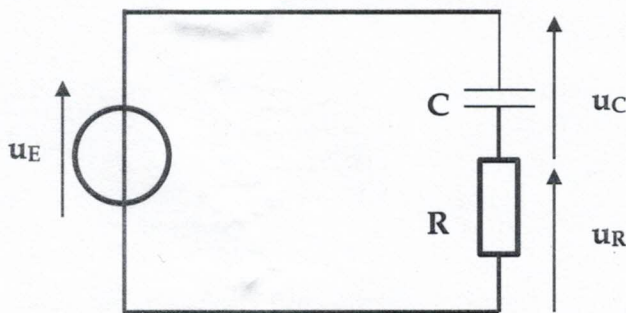
Bande passante.
Gain dans la bande passante = 0 dB.

⑨

Intérêt du montage : atténuer (filter) les hautes fréquences ($> \omega_0$)
 \Rightarrow Filtre passe bas.

II. Circuit CR en régime harmonique

Le circuit est alimenté par une tension $u_E(t) = U_0 \cos(\omega t)$.



①

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$U_R = U_E \cdot \frac{R}{R + Z_C}$$

$$H(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

② Si $\omega \ll \omega_0$, on néglige $j\frac{\omega}{\omega_0}$ devant 1.
 $\rightarrow H(j\omega) \approx \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1} = j\frac{\omega}{\omega_0}$
 $\rightarrow 20 \log |H(j\omega)| \approx 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$
 $\rightarrow \arg |H(j\omega)| \approx +90^\circ$

③ Si $\omega \gg \omega_0$ on néglige 1 devant $j\frac{\omega}{\omega_0}$.
 $\rightarrow H(j\omega) \approx \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{j\frac{\omega}{\omega_0}} = 1$
 $\rightarrow 20 \log |H(j\omega)| \approx 0 \text{ dB}$
 $\rightarrow \arg |H(j\omega)| \approx 0^\circ$

④ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

⑤ Filtré passe haut (laisse passer les pulsations $> \omega_0$)

⑥

