

**TD2 – Algèbre de Boole**

**Simplification par la méthode algébrique :**

*Rappel de cours : propriétés des opérateurs inv, et & ou*

- commutativité :  $a.b=b.a$   $a+b=b+a$
- associativité :  $(a.b).c=a.(b.c)=a.b.c$   $(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$
- distributivité :  $a.(b+c)=(a.b)+(a.c)$   $a+(b.c)=(a+b).(a+c)$
  
- complémentarité :  $a=\overline{\overline{a}}$   $a.\overline{a}=0$   $a+\overline{a}=1$
- idempotence :  $a.a=a$   $a+a=a$
- éléments neutres :  $a.1=a$   $a+0=a$
- éléments absorbants :  $a.0=0$   $a+1=1$
  
- absorption :  $a.(a+b)=a$   $a+(a.b)=a$
- allègement :  $a.(\overline{a}+b)=a.b$   $a+(\overline{a}.b)=a+b$
- règles de Morgan :  $\overline{a.b}=\overline{a}.\overline{b}$   $\overline{a+b}=\overline{a}.\overline{b}$

1- Simplifier les fonctions suivantes et établir le logigramme le plus simple correspondant :

$$f = a.b + \overline{a}.b + a.\overline{b}$$

$$f = a.b.c + a.\overline{b}.c + a.b.\overline{c} + a.\overline{b}.\overline{c}$$

$$f = (a+\overline{b}) . (\overline{a}+b) . (\overline{a}+\overline{b})$$

$$f = a + \overline{(b.c)} + \overline{(c.d)}$$

$$f = a + \overline{(b.c)} + \overline{(c.d)} + b$$

2- Trouver l'expression simplifiée de l'inverse des fonctions suivantes :

$$f = \overline{a}.b + a.\overline{b}$$

$$f = a.\overline{b} + \overline{a}.b + \overline{a}.\overline{b}$$

$$f = \overline{a}.\overline{c} + \overline{a}.d + \overline{b}.\overline{c} + \overline{b}.d$$

*Rappel de cours :*

*Ou exclusif :*  $s = \overline{a}.b + a.\overline{b} = a \oplus b$

*Coincidence :*  $s = \overline{a}.b + a.b = a \odot b$

*Nand :*  $s = \overline{a.b}$

*Nor :*  $s = \overline{a+b}$

*N'importe quelle fonction logique peut être réalisée avec un seul opérateur : soit avec un Nand, soit avec un Nor*

3- Pour chacune des fonctions suivantes, établir deux logigrammes, un en utilisant uniquement des opérateurs Nand, et l'autre en utilisant uniquement des opérateurs Nor.

$$f = \overline{(a.b)} + c$$

$$f = (a+\overline{b}) . c$$

## Systeme d'Information Numérique

- 4- Etudier l'associativité des fonctions Ou exclusif, Coïncidence et Nand.  
 5- Donner l'expression simplifiée des fonctions suivantes :

$$f = \overline{\overline{a \cdot b}} \cdot \overline{\overline{a \cdot b}}$$

$$f = a \odot b \odot (a \cdot b)$$

$$f = a \oplus (\overline{a} + b)$$

### Simplification par la méthode de Karnaugh

#### Rappel de cours :

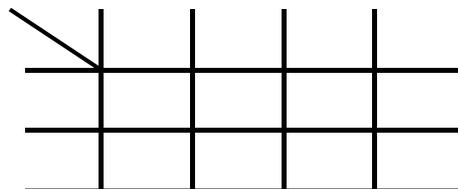
- pour une fonction de  $n$  variables ( $2^n$  termes possibles) chaque terme est associé à une case du tableau ( $2^n$  cases)
- les combinaisons des variables d'entrée sont représentées en binaire réfléchi
- deux cases sont adjacentes si les termes associés ne diffèrent que par une seule variable complémentée dans un des termes et pas dans l'autre
- le nombre de cases d'un groupement doit être égal à 1, 2, 4, ...,  $2^n$
- les groupements doivent être les plus grands possibles
- les groupements peuvent se chevaucher pour être les plus grands possibles.
- dans chaque groupement on ne retient des termes correspondant aux cases regroupées, que les variables dont l'état ne change pas.
- pour trouver l'équation de la fonction logique on ne retient que les variables dont l'état ne change pas à l'intérieur d'un groupement et on effectue la somme logique (Ou) de toutes les expressions trouvées.

- 6- Soit la fonction  $f$  définie par la table de vérité suivante :

| a | b | c | f |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

- déterminer à l'aide d'un tableau de Karnaugh l'équation simplifiée de  $f$

- proposer un logigramme



## Système d'Information Numérique

7- Soit la fonction  $f$  définie par la table de vérité suivante :

| d | c | b | a | f |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

- déterminer à l'aide d'un tableau de Karnaugh l'équation simplifiée de  $f$

- proposer un logigramme

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

8- Remplir le tableau de karnaugh qui a permis de trouver l'équation suivante :

$$f = \bar{d} \cdot (a+b) + d \cdot \bar{c} \cdot \bar{a}$$

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

9- Donner l'équation simplifiée de la fonction  $f$  définie par le tableau de Karnaugh suivant :

|    |  |     |   |   |   |   |   |   |   |
|----|--|-----|---|---|---|---|---|---|---|
|    |  | cba |   |   |   |   |   |   |   |
| ed |  |     |   |   |   |   |   |   |   |
|    |  | 0   | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
|    |  | 0   | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
|    |  | 1   | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
|    |  | 0   | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |